**Roteiro**

**Questão 2 (ler)**

Letra (a), na letra a vamos resolver usando quadratura de Gauss-Legendre.

Como não há uma maneira simples de encontrar o número de pontos que garante uma precisão determinada para a Quadratura de Gauss, implementamos um algoritmo que calcula a estimativa de erro. Então calculamos empiricamente a integral pedida e vemos se o erro atingiu a tolerância exigida.

Antes vamos entender o conceito do método:

Em análise numérica, uma regra de quadratura é uma aproximação da integral de uma função, geralmente estabelecido como um somatório com pesos dos valores assumidos pela função em pontos específicos dentro do domínio de integração.

O domínio de integração por convenção é tomado como [−1, 1], e a regra é expressa da seguinte forma:

EXPLICAR O CÓDIGO NO MATLAB

Aplicando no Matlab

Aplicando no Matlab temos a declaração da função da seguinte forma:

E a seguir, a sua execução para os pontos desejados com os respectivos erros.

Como foi observado, o erro calculado foi muito grande em todos os casos e o valor da integral converge muito lentamente para o valor real com o aumento de pontos.

{\displaystyle l\_{j}(x):=\prod \_{i=0,j\neq i}^{k}{\frac {x-x\_{i}}{x\_{j}-x\_{i}}}={\frac {x-x\_{0}}{x\_{j}-x\_{0}}}\cdots {\frac {x-x\_{j-1}}{x\_{j}-x\_{j-1}}}{\frac {x-x\_{j+1}}{x\_{j}-x\_{j+1}}}\cdots {\frac {x-x\_{k}}{x\_{j}-x\_{k}}}}

Letra (b), na letra b vamos empregar uma fórmula de Newton-Cotes e justificar.

Utilizando os métodos de Newton-Cotes, apenas dois tornam o cálculo da integral viável. Isso acontece porque a função é assintótica no ponto 2, ou seja, a imagem da função nesse ponto tende a infinito. Com os métodos fechados que calculam a imagem do ponto inicial, o valor da integral também diverge. Portanto, precisamos de um método que utilize as imagens em outros pontos que não sejam o ponto inicial. Temos o método do Retângulo com o ponto final do intervalo e o método do Ponto Médio. Dentre esses, o que tem melhor exatidão é o método do ponto médio que será usado na questão.

Método do ponto médio:

Em análise numérica, o método do ponto médio é um método aberto das fórmulas de Newton-Cotes que aproxima o valor de integrais pela seguinte fórmula:

Para saber quantos subintervalos precisaremos para garantir a exatidão exigida, utilizamos o algoritmo a seguir.

EXPLICAR O CÓDIGO NO MATLAB

Utilizando o algoritmo seguinte, que implementa o método do ponto médio, calculamos a integral.

EXPLICAR O CÓDIGO NO MATLAB

Aplicando no Matlab

Aplicando no Matlab, temos os seguintes resultados:

O Número mínimo de intervalos e o próprio cálculo pelo método do ponto médio junto com o erro.

Vemos que com o método do ponto médio, garantimos um erro menor que 10-3, porém o número de subintervalos é quase 5 milhões, isto é, o método é muito ineficiente.

Letra (c), por último, na letra c, vamos resolver com as funções do Matlab. Justificando a escolha e comparando com a letra (A)

Utilizamos a função *quad* e *quadl*. Ambas realizam o cálculo com precisão de 10-6.

Temos outras funções para calcular as integrais, mas não se aplicam ao escopo dessa questão.

Comparando os resultados com os itens anteriores, vemos que a função *IntegralPontoMedio* conseguiu um valor exato nas três primeiras casas decimais enquanto que a função *IntegralQuadraturaGauss* não conseguiu. Já era esperado, visto que o cálculo da estimativa de erro para esta função retornou um valor muito alto.